

УДК 681.5.013

СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ РЕГУЛЯТОРОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ЖЕЛАЕМЫЙ ПЕРЕХОДНОЙ ПРОЦЕСС ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМОЙ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

SYNTHESIS OF DIGITAL CONTROLLERS PROVIDING REQUIRED TRANSIENT PROCESS OF THE CLOSED LOOP SYSTEM

А. А. Шихов,

инженер-конструктор I категории СКБ-4 НПООО «ОКБ ТСП»

A. Shykhau

Дата поступления в редакцию — 18.08.2015 г.

Изложен метод синтеза цифровых регуляторов, обеспечивающих желаемый переходной процесс замкнутых САУ. Рассмотрены переходные функции типовых звеньев: апериодического — первого, второго и более порядка; колебательного. Получены аналитические выражения позволяющие выбрать параметры передаточных функций корректирующих устройств обеспечивающих желаемые переходные процессы замкнутых САУ. Для конкретных объектов управления синтезированы цифровые регуляторы и осуществлен расчет их параметров. Проведено компьютерное моделирование, подтверждающее правильность метода и даны рекомендации по практическому применению полученных результатов.

This paper presents a new method for the synthesis of digital controllers providing the required transfer process of closed-loop systems. Transfer functions of basic dynamic units were considered: an aperiodic unit, a second-order unit, a high-order unit and an oscillating unit. Analytical forms were obtained to allow choosing the parameters of correction units providing the required transient processes of closed-loop systems. The digital controllers for the definite objects were synthesized and their parameters were calculated. A computer simulation confirming correctness of the method was made and recommendations for practical implementation of the method were given.

Для придания системам автоматического управления (САУ) требуемых динамических свойств в ее состав включают корректирующие устройства (регуляторы). Существуют различные способы синтеза корректирующих устройств, которые из-за сложности проводимых расчетов на практике не всегда используют. Вместе с тем синтез корректирующих устройств, обеспечивающих желаемый переходной процесс САУ, всегда привлекал разработчиков. В связи с этим и возникла необходимость разработки простого метода синтеза цифровых регуляторов, обеспечивающих желаемый переходной процесс замкнутой САУ.

1. Желаемый переходной процесс замкнутой САУ.

Функциональная схема замкнутой САУ и ее модели приведена на рис. 1.

В теории автоматического управления желаемый переходной процесс $F(s)$ замкнутой САУ (рис. 1, а), при подаче на вход x ступенчатого воздействия величиной Δx относительно x_0 нормального (установившегося) режима работы, можно отождествить с поведением элементарных звеньев [1–5], переходные функции которых приведены на рис. 2.

Процесс (рис. 2, а) имеет вид экспоненты и характеризует переходную функцию

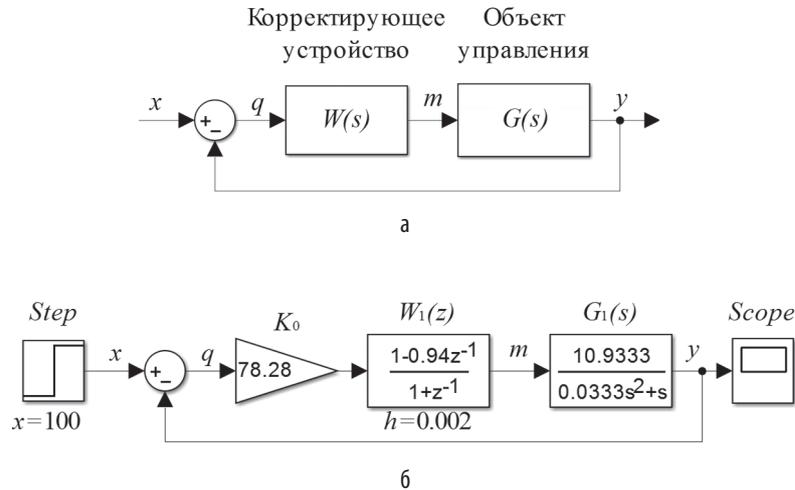


Рис. 1. Функциональная схема: а — замкнутой САУ; б — модели замкнутой САУ

апериодического звена первого порядка с дифференциальным уравнением

$$T \frac{dy}{dt} + y = kx$$

и передаточной функцией

$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{k}{Ts + 1},$$

где k — коэффициент усиления в установившемся состоянии; T — постоянная времени. Коэффициенты k и T легко можно определить через параметры переходной функции:

$$k = \frac{y_{уст}}{x}; \quad y(T) = 0,63y_{уст}; \quad y(3T) = 0,95y_{уст}$$

где x — значение входной координаты; $y_{уст}$ — установившееся значение выходной координаты.

Процесс (рис. 2, б) имеет вид двойной экспоненты и характеризует переходную функцию апериодического звена высокого порядка с дифференциальным уравнением

$$T_n^n \frac{d^n y}{dt^n} + T_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx$$

и передаточной функцией

$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_n s + 1)}.$$

Таблица 1

Данные для определения параметров апериодического звена в обобщенном виде

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_a / T_b	0	0,104	0,218	0,319	0,410	0,493	0,570	0,642	0,709	0,773
T_e / T_b	1	0,736	0,677	0,647	0,629	0,616	0,606	0,599	0,593	0,587
η	0	0,264	0,323	0,353	0,371	0,384	0,394	0,401	0,407	0,413

Таблица 2

Данные для проверки соответствия параметров апериодического звена

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_a / τ	0	0,282	0,805	1,425	2,1	2,811	3,549	4,307	5,081	5,869
T_b / τ	1	2,718	3,695	4,463	5,119	5,699	6,226	6,711	7,164	7,59
T_d / τ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
T_e / τ	1	2	2,5	2,888	3,219	3,51	3,775	4,018	4,245	4,458

Коэффициенты k и T_n легко можно определить через параметры переходной функции только для апериодического звена второго порядка с дифференциальным уравнением

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx$$

и передаточной функцией

$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)},$$

где k — коэффициент усиления в установившемся состоянии; T_1, T_2 — постоянные времени, причем $T_1 \geq 2T_2$.

Параметры переходной функции (рис. 2, б) и параметры передаточной функции апериодического звена второго порядка связаны соотношениями:

$$k = \frac{y_{уст}}{x}$$

$$T_1 = T_e - T_d; T_2 = T_d;$$

$$T_d = \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{T_1}{T_2},$$

где x — значение входной координаты; $y_{уст}$ — установившееся значение выходной координаты; T_a, T_b, T_c, T_d, T_e — параметры переходной функции, причем $T_c = T_a + T_b = T_d + T_e$.

Вычисление параметров апериодического звена выше второго порядка обычно не используют на практике из-за сложности. Однако процесс определения параметров апериодического звена высокого порядка значительно упрощается, если передаточную функцию представить в обобщенном виде:

$$F(s) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_n s + 1)} \approx \frac{k}{(\tau s + 1)^n}$$

где k — коэффициент усиления в установившемся состоянии, τ — обобщенная постоянная времени, n — количество обобщенных постоянных времени. Для определения τ и n следует использовать табл. 1 и значения $\eta, T_a / T_b, T_e / T_b$. Параметры η, T_a, \dots, T_e определяют относительно (см. рис. 2, б) точки перегиба Q , в которой производная $d^2 y / dt^2$ равна нулю. После определения степени n из T_a / T_b (и проверки по T_e / T_b) можно найти τ из обобщенного уравнения по величине T_a / τ (и проверки по $T_b / \tau, T_d / \tau, T_e / \tau$) на соответствие с табл. 2.

Процесс (см. рис. 2, в) имеет вид затухающей синусоиды и характеризует переходную

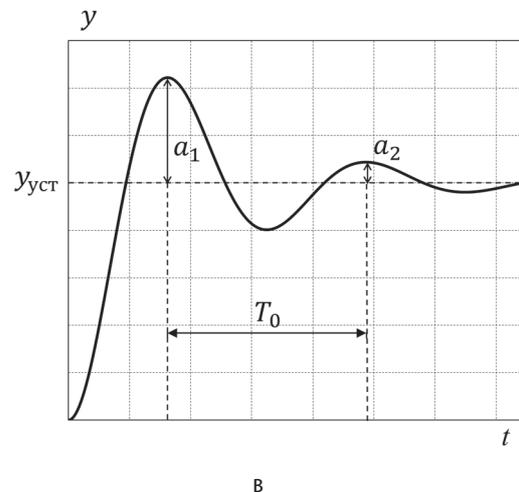
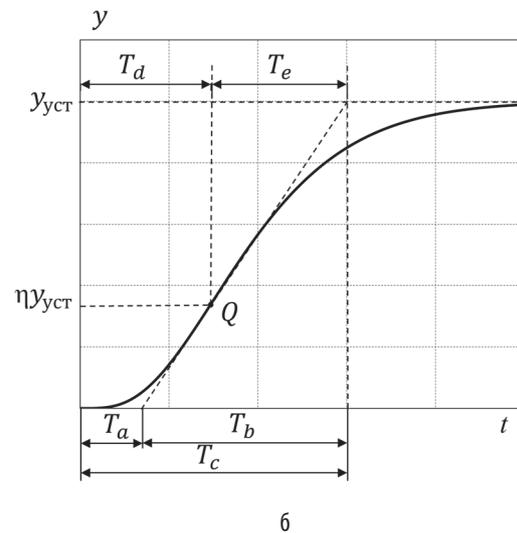
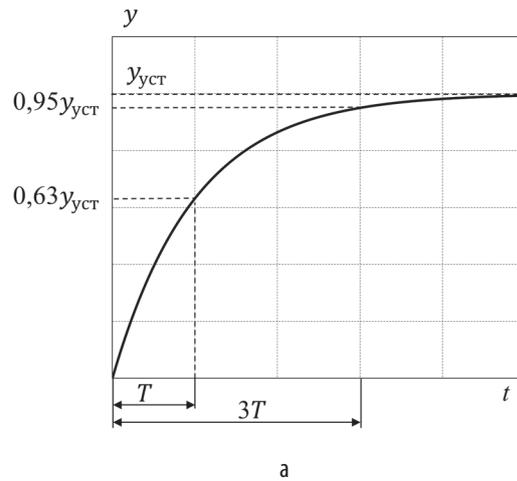


Рис. 2. Переходные функции звеньев:
 а — апериодического первого порядка;
 б — апериодического высокого порядка;
 в — колебательного

функцию колебательного звена с дифференциальным уравнением

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y = kx$$

и передаточной функцией

$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$$

где k — коэффициент усиления в установившемся состоянии; T — постоянная времени; ξ — коэффициент относительного демпфирования, причем $0 < \xi < 1$. Коэффициенты k , ξ и T легко можно определить через параметры переходной функции (рис. 2, в):

$$k = \frac{y_{уст}}{x}$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{\delta^2} + 1}}$$

$$T = \frac{T_0 \sqrt{1 - \xi^2}}{2\pi}$$

где x — значение входной координаты; $y_{уст}$ — установившееся значение выходной координаты; $\delta = \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$ — логарифмический декремент затухания; a_1, a_2 — амплитуды, взятые в моменты времени, отличающиеся на период колебаний T_0 .

2. Синтез цифровых регуляторов через желаемый переходной процесс замкнутой САУ.

Запишем выражение для определения передаточной функции замкнутой САУ (см. рис. 1, а):

$$Q(s) = \frac{W(s)G(s)}{1 + W(s)G(s)}, \quad (1)$$

где $Q(s)$ — передаточная функция замкнутой системы; $W(s)$ — передаточная функция корректирующего устройства; $G(s)$ — передаточная функция объекта управления.

Приравняем передаточные функции системы $Q(s)$ и желаемого переходного процесса $F(s)$, а затем определим передаточную функцию корректирующего устройства:

$$W(s) = \frac{F(s)}{G(s)[1 - F(s)]}, \quad (2)$$

где $W(s)$ — передаточная функция корректирующего устройства; $G(s)$ — передаточная функ-

ция объекта управления, $F(s)$ — передаточная функция желаемого переходного процесса замкнутой системы.

Из выражения (2) следует, что задача синтеза передаточной функции корректирующего устройства $W(s)$, связана с выбором желаемого переходного процесса $F(s)$ замкнутой системы и определением его параметров, которые обычно указаны в техническом задании или разработчик выбирает самостоятельно. Однако для системы (см. рис. 1, а), имеющей один и тот же объект управления $G(s)$ но различные желаемые переходные процессы $F(s)$, корректирующие устройства $W(s)$ и качество работы будут различными. В этом легко убедиться на примере объекта управления, математическая модель которого описывается передаточной функцией

$$G_1(s) = \frac{k_o}{s(T_o s + 1)}, \text{ где } k_o = 10,9333\text{с}^{-1}, T_o = 0,0333\text{с}.$$

Рассмотрим три конкретных случая, когда переходной процесс имеет вид (см. рис. 2):

а) апериодического звена первого порядка

$$F_1(s) = \frac{k_{жс}}{T_{жс} s + 1}, \text{ где } T_{жс} \text{ — желаемая постоянная времени, } T_{жс} = 0,04 \text{ с;}$$

б) апериодического звена второго порядка

$$F_2(s) = \frac{k_{жс}}{(T_{жс} s + 1)^2}, \text{ где } T_{жс} \text{ — желаемая постоянная времени, } T_{жс} = 0,02 \text{ с;}$$

в) колебательного звена $F_3(s) = \frac{k_{жс}}{T_{жс}^2 s^2 + 2\xi_{жс} T_{жс} s + 1}$,

где $T_{жс}$ — желаемая постоянная времени, $T_{жс} = 0,02$ с; $\xi_{жс}$ — желаемый коэффициент относительного демпфирования, $\xi_{жс} = 0,8$.

Для всех случаев желаемый коэффициент усиления $k_{жс}$ системы в установившемся состоянии выбирается равным единице.

Используя выражение (2) получены передаточные функции корректирующих устройств $W(s)$ и определены их параметры:

$$W_1(s) = a(s+b),$$

$$\text{где } a = \frac{T_o}{k_o T_{жс}} = 0,076, b = \frac{1}{T_o} = 30,03;$$

$$W_2(s) = \frac{a(s+b)}{s+a},$$

$$\text{где } a = \frac{T_o}{k_o T_{жс}^2} = 7,614,$$

$$b = \frac{1}{T_o} = 30,03,$$

$$a = \frac{2}{T_{эс}} = 100;$$

$$W_3(s) = \frac{\alpha(s+b)}{s+a},$$

где $\alpha = \frac{T_o}{k_o T_{эс}^2} = 7,614,$

$$b = \frac{1}{T_o} = 30,03,$$

$$a = \frac{2\xi}{T_{эс}} = 80.$$

Заметим, что синтезированные передаточные функции корректирующих устройств $W(s)$ являются аналоговыми, что вызывает определенные трудности при их реализации. В современных САУ обычно используют цифровые корректирующие устройства (цифровые регуляторы), которые реализуют на микро-ЭВМ или микропроцессорах, работающих в дискретном режиме. Дискретная модель цифрового регулятора может быть получена из непрерывной модели с помощью метода прямоугольников $s = \frac{1-z^{-1}}{h}$, или метода трапеций $s = \frac{2}{h} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$, где z^{-1} — символ, означающий задержку на время h ; h — шаг квантования. Есть и другие методы, сравнение которых приведено в [6].

Важнейшей характеристикой любой дискретной модели является шаг квантования мгновенного ключа h (интервал дискретизации аналогового сигнала), выбору которого необходимо уделять особое внимание. При выборе шага квантования h требуется учитывать ряд противоречивых требований и следовать рекомендациям [7]. Однако для многих практических применений достаточно иметь от 6 до 15 шагов квантования за время переходного процесса замкнутой САУ. Для дальнейших расчетов выберем шаг дискретизации $h = 0,002$ с.

Используя метод трапеции, определены дискретные передаточные функции $W(z)$ ранее полученных аналоговых регуляторов $W(s)$:

$$W_1(z) = K_0 \frac{1 + c_1 z^{-1}}{1 + z^{-1}},$$

где $K_0 = \frac{\alpha(2+bh)}{h} = 78,28,$

$$c_1 = \frac{bh-2}{bh+2} = -0,94, h = 0,002 \text{ с};$$

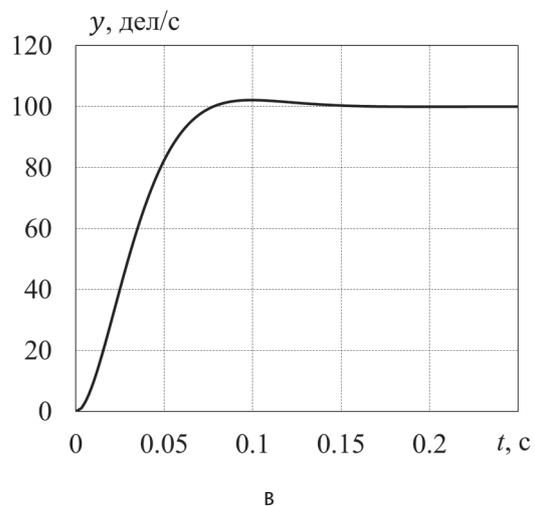
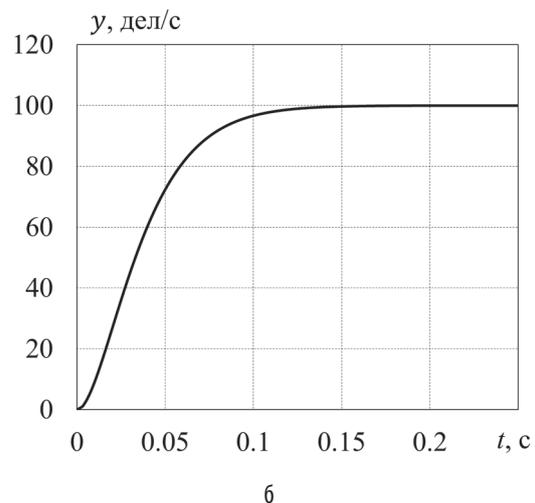
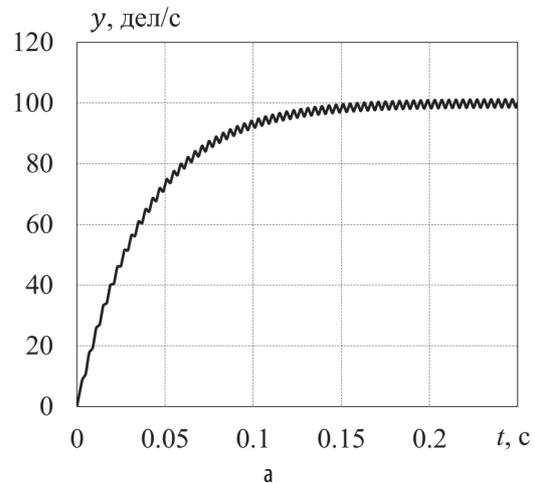


Рис. 3. Результаты моделирования работы САУ с объектом управления $G_1(s)$ и различными цифровыми регуляторами: а — $W_1(z)$; б — $W_2(z)$; в — $W_3(z)$

$$W_2(z) = K_0 \frac{1 + c_1 z^{-1}}{1 + d_1 z^{-1}},$$

$$\text{где } K_0 = \frac{\alpha(2 + bh)}{2 + ah} = 7,1297,$$

$$c_1 = \frac{bh - 2}{bh + 2} = -0,9417,$$

$$d_1 = \frac{ah - 2}{ah + 2} = -0,8182, h = 0,002 \text{ с};$$

$$W_3(z) = K_0 \frac{1 + c_1 z^{-1}}{1 + d_1 z^{-1}},$$

$$\text{где } K_0 = \frac{\alpha(2 + bh)}{2 + ah} = 7,2617,$$

$$c_1 = \frac{bh - 2}{bh + 2} = -0,9417,$$

$$d_1 = \frac{ah - 2}{ah + 2} = -0,8519, h = 0,002 \text{ с}.$$

3. Проверка работы замкнутой САУ с цифровыми регуляторами.

Проверку работы замкнутой САУ (см. рис. 1, а) с объектом управления $G_1(s)$ и различными цифровыми регуляторами $W_1(z)$, $W_2(z)$ и $W_3(z)$ осуществим путем моделирования. Для этого в среде Simulink пакета программы Matlab были составлены схемы моделирования [8], одна из которых для регулятора $W_1(z)$ приведена на рис. 1, б.

В процессе моделирования на входы замкнутых систем подавался сигнал $x = 100$ дел, а на выходах фиксировались переходные функции, которые представлены на рис. 3.

Анализируя результаты моделирования (см. рис. 3) можно отметить, что САУ с цифровыми регуляторами $W_2(z)$ и $W_3(z)$ хорошо работают и обеспечивают желаемый переходной процесс, $F_2(s)$ и $F_3(s)$. При работе регулятора $W_1(z)$, обеспечивающего желаемый переходной процесс $F_1(s)$, наблюдаются высокочастотные колебания с периодом кратным шагу дискретизации h и возрастающей амплитудой, что может негативно сказываться на работе САУ.

4. Синтез цифровых регуляторов для САУ с объектом управления, содержащим колебательное звено.

Для большей убедительности проверим данный метод на примере синтеза цифровых регуляторов для САУ с объектом управления, содержащим колебательное звено. Пусть объект управления описывается передаточной

функцией $G_2(s) = k_o[s(T_o^2 s^2 + 2\xi_o T_o s + 1)]^{-1}$, где $k_o = 32,64 \text{ с}^{-1}$, $T_o = 0,0222 \text{ с}$, $\xi_o = 0,8$.

Используя выражение (2) для ранее рассмотренных желаемых переходных процессов $F_1(s)$, $F_2(s)$ и $F_3(s)$, синтезированы передаточные функции корректирующих устройств $W(s)$ и определены их параметры:

$$W_4(s) = \alpha(s^2 + bs + a),$$

$$\text{где } \alpha = \frac{T_o^2}{k_o T_{эс}} = 3,775 \cdot 10^{-4},$$

$$b = \frac{2\xi_o}{T_o} = 72,072,$$

$$a = \frac{1}{T_o^2} = 2029;$$

$$W_5(s) = \alpha \frac{s^2 + bs + a}{s + c},$$

$$\text{где } \alpha = \frac{T_o^2}{k_o T_{эс}^2} = 0,038,$$

$$b = \frac{2\xi_o}{T_o} = 72,072,$$

$$a = \frac{1}{T_o^2} = 2029, c = \frac{2}{T_{эс}} = 100;$$

$$W_6(s) = \alpha \frac{s^2 + bs + a}{s + c},$$

$$\text{где } \alpha = \frac{T_o^2}{k_o T_{эс}^2} = 0,038,$$

$$b = \frac{2\xi_o}{T_o} = 72,072,$$

$$a = \frac{1}{T_o^2} = 2029, c = \frac{2\xi_{эс}}{T_{эс}} = 80;$$

Используя метод трапеции, определены передаточные функции цифровых регуляторов:

$$W_4(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + 2z^{-1} + z^{-2}},$$

$$\text{где } K_0 = \frac{\alpha(ah^2 + 2bh + 4)}{h^2} = 72,0488,$$

$$b_1 = \frac{2ah^2 - 8}{ah^2 + 2bh + 4} = -1,6554,$$

$$b_2 = \frac{ah^2 - 2bh + 4}{ah^2 + 2bh + 4} = 0,6979, h = 0,005 \text{ с};$$

$$W_5(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}},$$

$$\text{где } K_0 = \frac{\alpha(ah^2 + 2bh + 4)}{h(ch + 2)} = 14,5052,$$

$$b_1 = \frac{2ah^2 - 8}{ah^2 + 2bh + 4} = -1,6554,$$

$$b_2 = \frac{ah^2 - 2bh + 4}{ah^2 + 2bh + 4} = 0,6979,$$

$$a_1 = \frac{2ch}{ch + 2} = 0,4, a_2 = \frac{ch - 2}{ch + 2} = -0,6,$$

$$h = 0,005 \text{ с};$$

$$W_6(z) = K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}},$$

$$\text{где } K_0 = \frac{\alpha(ah^2 + 2bh + 4)}{h(ch + 2)} = 15,1096,$$

$$b_1 = \frac{2ah^2 - 8}{ah^2 + 2bh + 4} = -1,6554,$$

$$b_2 = \frac{ah^2 - 2bh + 4}{ah^2 + 2bh + 4} = 0,6979,$$

$$a_1 = \frac{2ch}{ch + 2} = 0,3333, a_2 = \frac{ch - 2}{ch + 2} = -0,6667,$$

$$h = 0,005 \text{ с}.$$

Путем моделирования осуществлена проверка работы САУ с объектом управления $G_2(s)$ и различными цифровыми регуляторами $W_4(z)$, $W_5(z)$ и $W_6(z)$. В процессе моделирования на входы САУ подавался сигнал $x = 100$ дел, а на выходе фиксировались переходные процессы, которые представлены на рис. 4.

Анализируя результаты моделирования (см. рис. 4) можно отметить, что САУ с цифровым регулятором $W_4(z)$ работает неустойчиво, а САУ с цифровыми регуляторами $W_5(z)$ и $W_6(z)$, обеспечивают желаемый переходной процесс. Отсюда можно сделать вывод, что желаемая переходная характеристика должна соответствовать передаточной функции объекта управления. Это значит, что если объект управления содержит колебательное звено, то желаемая переходная характеристика должна соответствовать апериодическому звену не ниже второго порядка. В том случае, когда требуется получить оптимальный переходной процесс без перерегулирования за минимальное время, следует использовать цифровые оптимальные по быстрдействию регуляторы или регуляторы, которые функционируют на базе нечеткой логики [9–11].

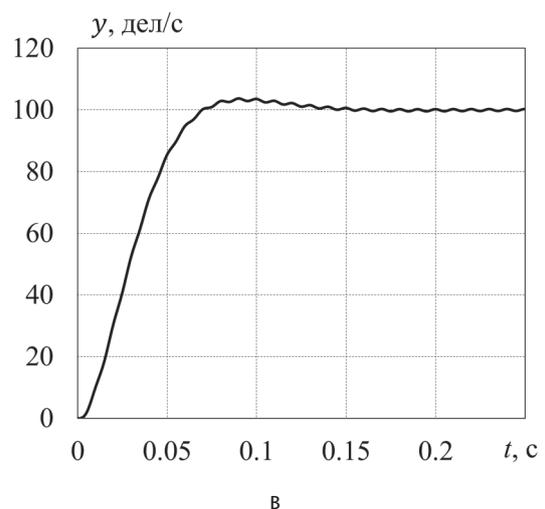
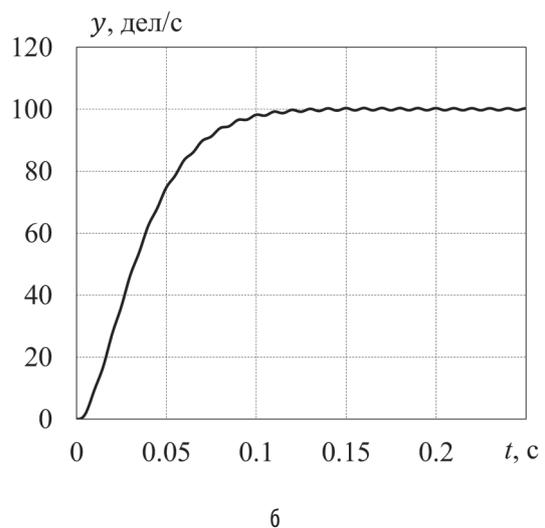
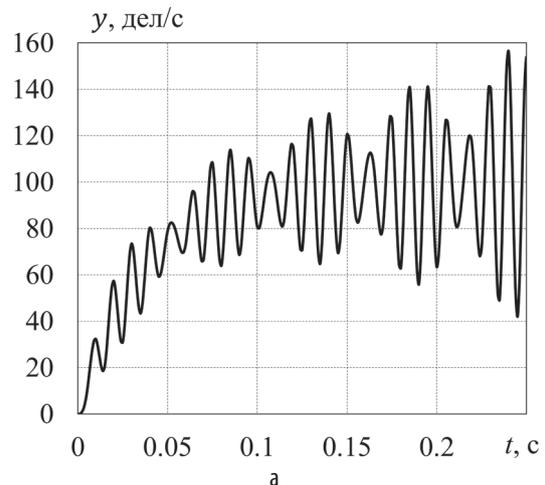


Рис. 4. Результаты моделирования работы САУ с объектом управления $G_2(s)$ и различными цифровыми регуляторами: а) $W_4(z)$, б) $W_5(z)$, в) $W_6(z)$

Заключение.

Проведенные исследования показывают, что цифровые регуляторы могут быть синтезированы через желаемые переходные характеристики замкнутой системы. Выбирая математическую модель переходной характеристики, следует учитывать, что ее порядок должен соответствовать передаточной функции объекта управления. Предложенный метод синтеза цифровых регуляторов, доведен до инженерного уровня, проверен путем компьютерного моделирования и рекомендуется к практическому применению.

Литература:

1. Красовский, А. Я. Локальные системы автоматики. Конспект лекций. — Минск: БГУИР.
2. Стрижнев, А. Г., Марков, А. В., Русакович, А. Н. Идентификация объекта управления по переходной характеристике замкнутой системы. Доклады БГУИР. — Минск: БГУИР, 2012. — № 5. — С. 65–72.
3. Бесекерский, В. А., Попов, Е. П. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. — Изд. 4-е, перераб. и доп. — СПб.: Изд-во «Профессия», 2003. — 752 с. — (Серия: Специалист).

4. Гроп, Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп. — М.: Изд. «Мир», 1979. — 302 с.
5. Попов, Д. Н. Механика гидро- и пневмоприводов: Учеб. для вузов. 2-е изд. стереотип. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. — 320 с.
6. Стрижнев, А. Г. Автоматизированный синтез цифровых регуляторов на основе дискретных передаточных функций объектов управления / А. Г. Стрижнев, А. Н. Русакович // Информатика. — 2013. — № 3(39). — С. 105–114.
7. Гостев, В. И., Худой, Д. А., Баранов, А. А. Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления. — Киев, 2000.
8. Терехин, В. В. Основы моделирования в MATLAB. Simulink: учеб. пособие в 2 ч. / В. В. Терехин. — Новокузнецк: Кузбассвузиздат, 2004. — Ч. 2. — 376 с.
9. Гостев, В. И., Стеклов, В. К. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами: Справочник. — Киев, 1998.
10. Гостев, В. И. Проектирование нечетких регуляторов для систем автоматического управления. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 416 с.
11. Стрижнев, А. Г., Ледник, Г. В. Применение цифровых регуляторов в канале регулирования потокосцепления ротора в системе векторного управления // Информатика. — 2011. — № 2 (30). — С. 124–133.