

# ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК САМОЛЕТА ПО ИНФОРМАЦИИ БОРТОВЫХ УСТРОЙСТВ РЕГИСТРАЦИИ В СПОКОЙНОЙ АТМОСФЕРЕ



**А.Б. Сивашко,**  
старший научный сотрудник  
Военной академии  
Республики Беларусь

Основными критериями при оценке устойчивости и управляемости летательного аппарата (ЛА) являются значения коэффициентов его линейной математической модели. Поэтому их определение является актуальной задачей на этапе летных испытаний, а контроль динамики их изменения — при анализе технического состояния ЛА в процессе эксплуатации. Актуальность исследований в данном направлении обусловлена также тем, что в Республике Беларусь проводится модернизация ЛА, в ходе которой изменяются их аэродинамические и инерционно-массовые характеристики, и, как следствие, динамические характеристики в целом.

Существующие штатные наземные автоматизированные системы обработки полетной информации (АСОПИ), используемые при решении задач объективного контроля, к сожалению, не позволяют эффективно решать данную задачу. Основной причиной такого положения являются недостатки используемых в АСОПИ алгоритмов обработки полетной информации.

Основу математического обеспечения систем типа «Луч», «Маяк», «Топаз» составляют процедуры, реализованные на основе логических связей между признаками и техническими состояниями (событиями) объекта контроля [1]. Данный подход отличается простотой реализации, но не учитывает случайный характер наблюдаемых процессов, не позволяет решить задачу локализации места отказа и имеет довольно низкую достоверность распознавания технического состояния объекта контроля.

Анализ тенденций развития методов контроля показывает, что наиболее перспективным направлением является использование методов оптимального оценивания и идентификации. При этом задача идентификации состоит в том, чтобы по результатам летного эксперимента с помощью методов современной теории управления и математической статистики найти модель, адекватно описывающую пространственное движение самолета.

Пространственное движение самолета в спокойной атмосфере может быть разделено на продольное и боковое и описано матричными линейными дифференциальными уравнениями вида [2]:

$$x(t) = F(a(t), x(t), u(t), t) \quad (1)$$

где  $a$  —  $n \times r$  матрица неизвестных параметров объекта;

$x(t)$  —  $r$ -мерный вектор состояния ЛА;

$u(t)$  —  $r$ -мерный вектор управления ЛА.

В процессе летного эксперимента возмущенное движение самолета создается посредством типовых воздействий на его органы управления («импульс», «дача», «перекладка») [3] и наблюдается с помощью установленных на нем пилотажных датчиков. Регистрация показаний датчиков произво-

дится в дискретные моменты времени  $t = kT$ , где  $T$  — интервал дискретизации,  $k$  — номер текущего измерения,  $k = 1, 2, 3, \dots$ . При этом уравнение наблюдения системы (1) имеет следующий вид:

$$z_k = H_k x_k + \xi_z, \quad (2)$$

где  $x_k$  —  $p$ -мерный вектор состояния ЛА;

$z_k$  — вектор наблюдений;

$H_k$  — матрица уравнения наблюдения;

$\xi_z$  — вектор «белых» шумов измерений.

Предполагается, что во время возмущенного движения ЛА его скорость и высота полета изменяются несущественно, т. е. значения матрицы параметров остаются постоянными:

$$\dot{H} \approx 0; \quad \dot{V} \approx 0; \quad a(t) = a = const. \quad (3)$$

Ввиду того, что динамические характеристики системы, описываемой уравнением (1), определяются значениями матрицы параметров  $a$ , требуется по выборке дискретных наблюдений  $z_k$  переходного процесса наблюдаемой системы и известным характеристикам шумов получить оптимальные оценки значений указанной матрицы  $\hat{a}$ .

Современная теория управления и математической статистики располагает обширным набором методов параметрической идентификации систем, среди которых особое место занимает фильтр Калмана [3]. По сравнению с другими методами параметрической идентификации (методом наименьших квадратов, методом максимального правдоподобия, методом осредненных невязок) метод, основанный на фильтре Калмана, обладает лучшей сходимостью и меньшей чувствительностью к грубым сбоям (ошибкам) измерения. Как следствие, алгоритмы идентификации на его основе получили широкое применение при проведении летных испытаний ЛА.

Общая форма алгоритма идентификации на основе фильтра Калмана для объекта, описываемого уравнениями (1–3), включает три последовательно выполняемых на каждом шаге оценивания вычислительные операции:

1. Вычисление прогноза текущего состояния системы решением уравнения:

$$\hat{z}_{t|t-1} = H \cdot F(\hat{a}_{t-1}, x_t, u_t) \quad (4)$$

2. Вычисление приближенной матрицы ошибок оценивания матрицы параметров:

$$R_{a \ t|t-1} = [R_{a \ t-1}^{-1} + (x_t \cdot S_z^{-1} \cdot x_t^T) \cdot T]^{-1} \quad (5)$$

где  $x_t$  — вектор состояния ЛА;

$S_z$  — спектральная плотность шумов измерителя;

$T$  — интервал дискретизации.

3. Определение текущей оценки матрицы параметров системы:

$$\hat{a}_t = \hat{a}_{t-1} + R_{a \ t}^{-1} \cdot x_t \cdot S_z^{-1} \cdot [z_t - \hat{z}_{t|t-1}] \cdot T \quad (6)$$

где  $\hat{a}$  — матрица оценок параметров объекта;

$S_z$  — спектральная плотность шумов измерителя.

$T$  — интервал дискретизации.

Предполагается, что на каждом шаге оценивания доступными для измерения являются вектора состояния, управления и наблюдения.

Для инициализации алгоритма идентификации, кроме измерений ускорений объекта, векторов состояния и управления, задаются спектральные плотности шумов измерителей. При этом шумы измерителей считаются «белыми», так как имеют ширину спектра большую, чем частота наблюдаемых процессов. Для идеального белого шума:

$$S_{\hat{a}uu} = const, \quad \sigma_{\hat{a}uu}^2 = \infty \quad (7)$$

Для реального шума, спектральную плотность которого можно определить как

$$S_z = \sigma_z^2 \tau \quad (8)$$

где  $\sigma_z^2$  — значение дисперсии шумов измерителя;

$\tau$  — удвоенное время корреляции шумов.

Для измерителей углов атаки и тангажа [4]  $S_z$  находятся в пределах от  $10^{-6}$  до  $10^{-4}$  град $^2$ с $^{-3}$  (значения  $\sigma_z^2=10^{-2}-10^{-1}$ ).

Начальные значения оценок параметров  $\hat{a}_i(0)$  и приближенной ковариационной матрицы ошибок идентификации  $R_a(0)$  задаются на основании априорных сведений о модели. Так, начальные значения оценок параметров  $\hat{a}_i(0)$  могут быть получены по результатам аэродинамических расчетов или продувок в аэродинамических трубах. Матрица  $R_a(0)$  задается диагональной, поскольку в лучшем случае априорно известны лишь приближенные значения начальных дисперсий ошибок оценивания. Полагая, что ошибки оценивания распределены по нормальному закону и их начальные значения равны начальным значениям оценок параметров, выражение для начального значения приближенной матрицы ошибок идентификации будет иметь вид:

$$R_a(0) = \text{diag} \left[ \left( \frac{\hat{a}_0(0)}{3} \right)^2, \left( \frac{\hat{a}_1(0)}{3} \right)^2, \dots, \left( \frac{\hat{a}_i(0)}{3} \right)^2 \right] \quad (9)$$

Для исследования вышеописанного алгоритма идентификации динамических характеристик самолета были проведены численные эксперименты. С использованием пакета MatLab компании MathWorks моделировалось продольное короткопериодическое движение жесткого самолета при заданных значениях коэффициентов и ступенчатом отклонении стабилизатора. Линейные уравнения продольного короткопериодического движения самолета вида [3]:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\Theta} \\ \Delta \dot{\omega}_z \\ \Delta \dot{\Theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_y^\Theta + a_y^\alpha & 0 & -a_y^{\delta_{p\delta}} & a_y^{\delta_3} \\ a_{m_z}^\alpha & -a_{m_z}^{\omega_z} & -a_{m_z}^{\delta_{p\delta}} & -a_{m_z}^{\delta_3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \Theta \\ \Delta \omega_z \\ \Delta \Theta \\ \Delta \delta_{p\delta} \\ \Delta \delta_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

путем исключения  $\Delta \dot{\alpha} = \Delta \omega_z - \Delta \dot{\Theta}$  и  $\Delta \dot{\Theta} = a_y^\alpha \Delta \alpha + a_y^{\delta_{p\delta}} \Delta \delta_{p\delta}$  и принятия  $\Delta \delta_3 = 0$  были приведены к виду

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_y^\alpha & 1 & -a_y^{\delta_{p\delta}} \\ -a_{m_z}^{*\alpha} & -a_{m_z}^{*\omega_z} & -a_{m_z}^{*\delta_{p\delta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta \omega_z \\ \Delta \delta_{p\delta} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где  $a_{m_z}^{*\alpha} = a_{m_z}^\alpha - a_y^\alpha a_{m_z}^{\dot{\alpha}}$ ;  $a_{m_z}^{*\omega_z} = a_{m_z}^{\omega_z} + a_{m_z}^{\dot{\alpha}}$ ;  $a_{m_z}^{*\delta_{p\delta}} = a_{m_z}^{\delta_{p\delta}} - a_y^{\delta_{p\delta}} a_{m_z}^{\dot{\alpha}}$ .

Раскрытая форма алгоритма идентификации для продольного короткопериодического движения ЛА примет вид:

$$R_{a \ t|t-1} = \left[ R_{a \ t-1}^{-1} + \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta \omega_z \\ \delta_{p\delta} \end{bmatrix} S_z^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta \omega_z \\ \delta_{p\delta} \end{bmatrix}^T T \right]^{-1}; \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_y^\alpha \\ \hat{a}_y^{\omega_z} \\ \hat{a}_y^{\delta_{p\delta}} \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \hat{a}_y^\alpha \\ \hat{a}_y^{\omega_z} \\ \hat{a}_y^{\delta_{p\delta}} \end{bmatrix}_{t-1} + R_{a \ t|t-1}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\alpha} \\ \Delta \hat{\omega}_z \\ \Delta \hat{\delta}_{p\delta} \end{bmatrix}_t S_z^{-1} \left[ \Delta \hat{\alpha} + \hat{a}_y^\alpha \Delta \alpha - \hat{a}_y^{\omega_z} \Delta \omega_z + \hat{a}_y^{\delta_{p\delta}} \Delta \hat{\delta}_{p\delta} \right]$$

$$R_{a \ t|t-1} = \left[ R_{a \ t-1}^{-1} + \begin{bmatrix} \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \alpha \\ \Delta \omega_z \\ \delta_{p\delta} \end{bmatrix} S_z^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \alpha \\ \Delta \omega_z \\ \delta_{p\delta} \end{bmatrix}^T T \right]^{-1}; \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_{m_z}^{*\alpha} \\ \hat{b}_{m_z}^{*\omega_z} \\ \hat{b}_{m_z}^{*\delta_{p\delta}} \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \hat{b}_{m_z}^{*\alpha} \\ \hat{b}_{m_z}^{*\omega_z} \\ \hat{b}_{m_z}^{*\delta_{p\delta}} \end{bmatrix}_{t-1} + R_{a \ t|t-1}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\alpha} \\ \Delta \hat{\omega}_z \\ \Delta \hat{\delta}_{p\delta} \end{bmatrix}_t S_z^{-1} \left[ \Delta \hat{\omega}_z + \hat{b}_{m_z}^{*\alpha} \Delta \alpha + \hat{b}_{m_z}^{*\omega_z} \Delta \omega_z + \hat{b}_{m_z}^{*\delta_{p\delta}} \Delta \hat{\delta}_{p\delta} \right]$$

Особенности измерения и регистрации полетной информации бортовыми устройствами регистрации имитировались с помощью блоков пакета MatLab: Random source, Zero-Order Hold и Quantizer. Блоком Zero-Order Hold моделировалась дискретизация вектора наблюдения по времени, блоком Quantizer — квантование измерений по уровню. Блоком Random source имитировались шумы измерителя с заданной спектральной плотностью. Структурная схема модели пространственного движения самолета и модель одного из измерительных каналов представлена на рис. 1.

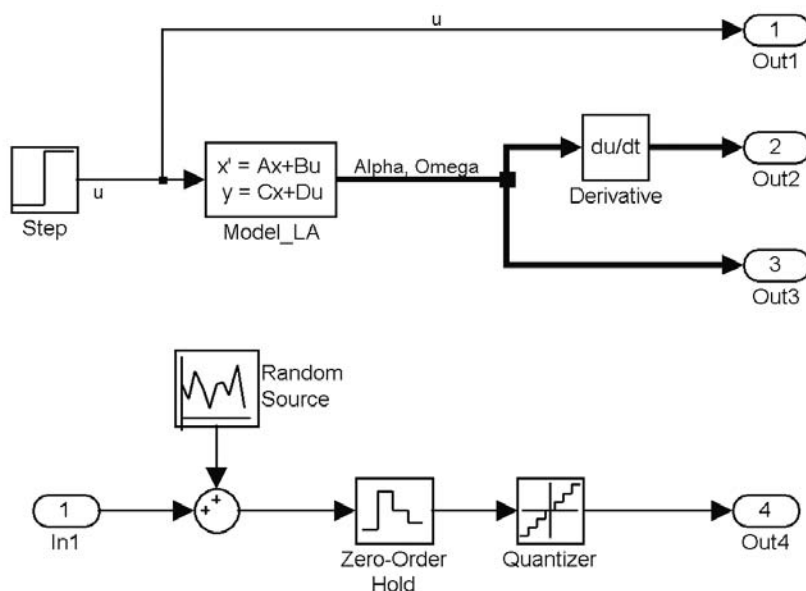


Рис. 1. Структурная схема модели пространственного движения самолета и одного из измерительных каналов

В ходе численных экспериментов исследовались сходимость алгоритма и влияние на точность параметрического оценивания различных факторов, а именно:

- частоты дискретизации вектора наблюдений;
- конечной разрядности аналогово-цифровых преобразователей, входящих в состав измерительной системы бортового регистратора;
- погрешностей измерения вектора наблюдений;
- точности априорной информации о параметрах идентифицируемой модели.

Для исследования влияния точности априорной информации о параметрах идентифицируемой модели на эффективность процесса оценивания были выполнены две группы численных экспериментов. В первой группе эксперименты отличались величиной ошибок априорных значений параметров, во второй — начальными значениями приближенной матрицы ошибок идентификации при постоянном значении начальных оценок параметров.

Для исследования влияния на точность оценивания погрешностей измерения, полученные при моделировании функции «зашумлялись» (к ним добавлялись широкополосные гауссовские шумы с заданными свойствами) и рассматривались как компоненты вектора состояния. При этом систематическая ошибка задавалась математическим ожиданием шума, случайная — величиной дисперсии, характеризующей его. Результаты моделирования продольного короткопериодического движения и идентификации с влиянием погрешностей измерения вектора наблюдений представлены на рис. 2, 3.

Следует отметить, что значения идентифицируемых параметров  $a_y^\alpha$ ,  $a_{m_z}^\alpha$ ,  $a_{m_z}^{\omega_z}$ ,  $a_y^{\delta_{pe}}$ ,  $a_{m_z}^{\delta_{pe}}$  полностью определяют динамическую устойчивость ЛА в продольном короткопериодическом движении [5].

По результатам численных экспериментов было установлено следующее:

1. Для идентификации продольного короткопериодического движения жесткого самолета достаточно измерять его угловую скорость вращения относительно оси Oz, угол атаки и отклонение управляющих поверхностей в канале продольного движения.

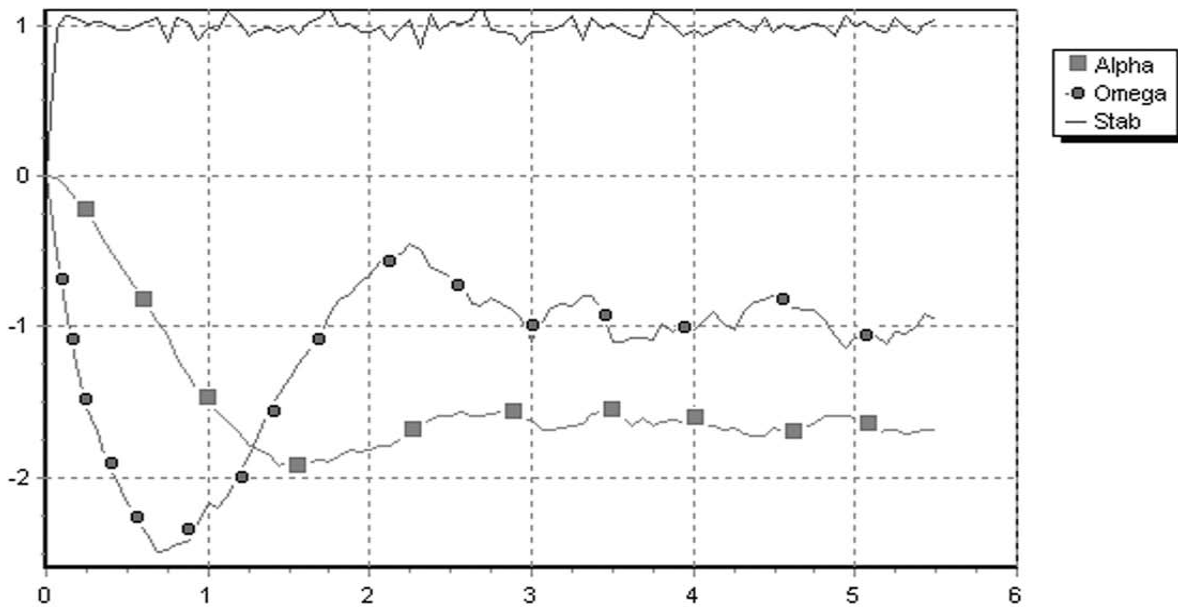


Рис. 2. Моделирование продольного короткопериодического движения самолета

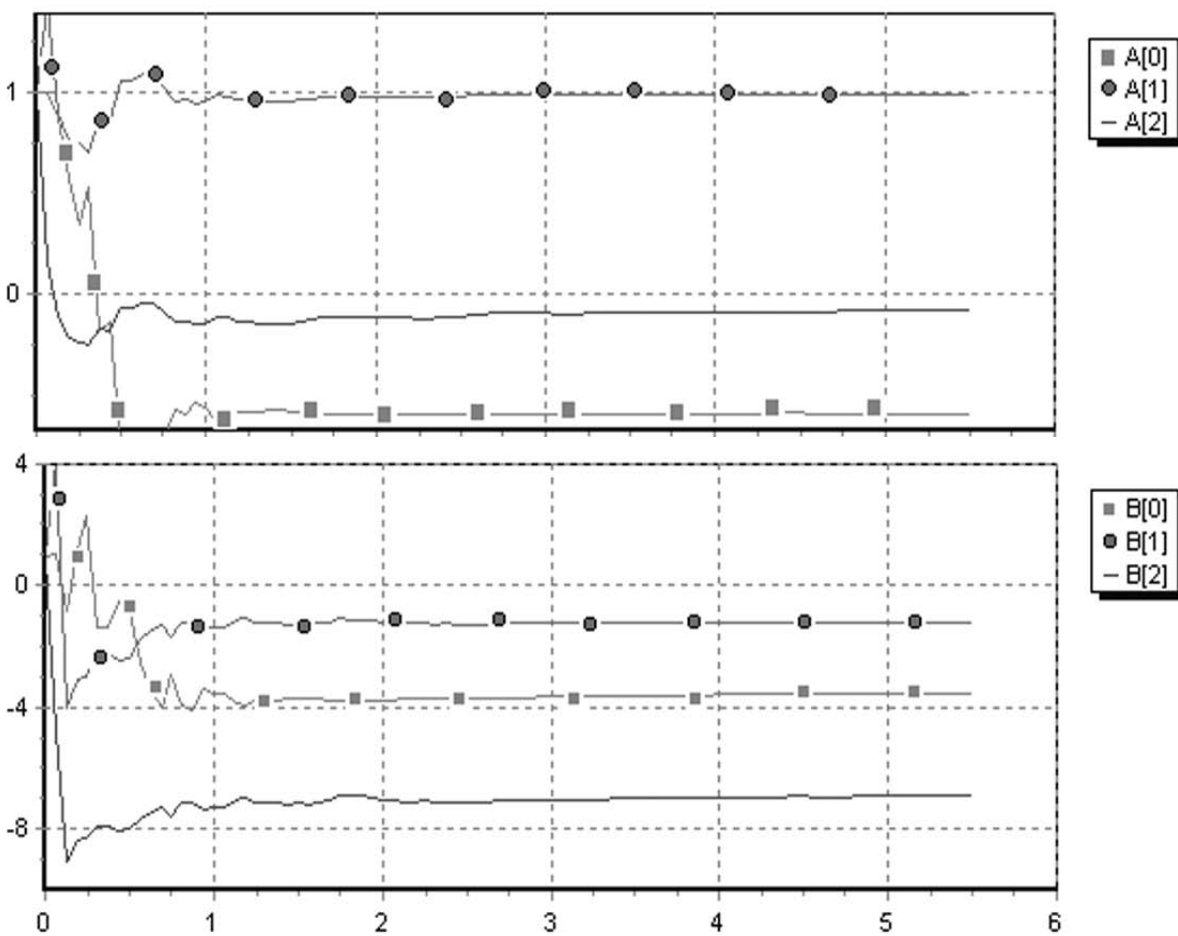


Рис. 3. Результаты идентификации коэффициентов уравнений продольного короткопериодического движения самолета при ступенчатом отклонении руля высоты (шум  $M_0 = 0$ ,  $D = 0,05$ )

2. Алгоритм оценки параметров математической модели самолета на базе фильтра Калмана устойчив и обладает удовлетворительной сходимостью при шаге интегрирования 1/16 с (соответствующем максимальной частоте регистрации быстро изменяющихся параметров в БУР типа «Тестер-УЗ») и значительном произволе в выборе начальных значений оценок.

3. Время оценки коэффициентов математической модели продольного короткопериодического движения самолета составляет не более 6 с при воздействии на измерительный канал гауссовских шумов с нулевым математическим ожиданием и средне-квадратичным отклонением, составляющим не более 5% от диапазона значений измеряемого параметра.

4. Время и точность оценивания существенным образом зависит от точности измеряемых параметров (вектора наблюдений). При наличии систематических ошибок в векторе наблюдения оценка параметров модели получается смещенной.

5. Точность априорной информации о параметрах идентифицируемой модели слабо влияет на точность получаемых оценок.

Фильтр Калмана является эффективным инструментом, позволяющим получить оптимальные оценки динамических характеристик ЛА по результатам летных испытаний, на основании которых можно судить об его устойчивости и управляемости на различных режимах полета. Включение процедуры оценки динамических характеристик в круг задач, решаемых при объективном контроле полетов, позволит повысить их безопасность и обеспечит более глубокий уровень контроля технического состояния ЛА.

#### Литература:

1. Система «Маяк-85». Каталог событий программы экспресс-анализа изд. 9.12, 9.13, 9.51, 1991, 688.85002.03 90, 57 с.
  2. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Аэродинамика самолета. Динамика продольного и бокового движения. — М.: Машиностроение, 1979. — 340 с.
  3. Пашковский И.М. и др. Летные испытания самолетов и обработка результатов испытаний. — М.: Машиностроение, 1985. — 410 с.
  4. Красовский А.А. и др. Системы автоматического управления летательных аппаратов. — М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1986. — 478 с.
  5. Снешко Ю.И. Устойчивость и управляемость самолета в эксплуатационной области режимов полета. — М.: Машиностроение, 1987. — 135 с.
-